Puissances – Feuille d'exercices - Correction

Exercice 1

$A = 2^5 = 2\times2\times2\times2\times2 = \boxed{32}$; $B = 3^4 = 3\times3\times3\times3 = \boxed{81}$; $C = 3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{3\times3} = \boxed{\dfrac{1}{9}}$; $D = 7^{-1} = \boxed{\dfrac{1}{7}}$

$E = 5+2\times3^2-1 = 5+2\times3\times3-1 = 5+18-1 = \boxed{22}$

$F = 6\times(-2)^3 - 3^2 = 6\times(-2)\times(-2)\times(-2) - 3\times3 = 6\times(-8)-9 = -48-9 = \boxed{-57}$

$G = \left(4^2-3^2\right)\times5+7^2 = (4\times4-3\times3)\times5+7\times7 = (16-9)\times5+49 = 7\times5+49 = 35+49 = \boxed{84}$

$H = \left(3^2-2^3\right)^{2011} = (3\times3-2\times2\times2)^{2011} = (9-8)^{2011} = 1^{2011} = \boxed{1}$

$I = 8^2 - 2\left(5^2-3^3\right)^2 = 8\times8-2(5\times5-3\times3\times3)^2 = 64-2(25-27)^2 = 64-2(-2)^2 = 64-2\times(-2)\times(-2) = 64-8 = \boxed{56}$

$J = 2^{-3}\times3+\dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2^3}\times3+\dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2\times2\times2}\times\dfrac{3}{1}+\dfrac{3}{2} = \dfrac{3}{8}+\dfrac{3}{2} = \dfrac{3}{8}+\dfrac{3\times4}{2\times4} = \dfrac{3}{8}+\dfrac{12}{8} = \boxed{\dfrac{15}{8}}$; $K = \left(3^2\right)^{-1} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{3\times3} = \boxed{\dfrac{1}{9}}$

Exercice 2

Ecrire les expressions suivantes sous la forme d'une seule puissance dont l'exposant n'est pas 1

$L = 4^3\times4^2 = 4^{3+2} = \boxed{4^5}$; $M = \dfrac{6^{-2}}{6^3} = 6^{-2-3} = \boxed{6^{-5}}$; $N = \left(8^2\right)^4 = 8^{2\times4} = \boxed{8^8}$;

$O = \dfrac{a^3\times a^{-2}}{a^6} = \dfrac{a^{3+(-2)}}{a^6} = \dfrac{a^1}{a^6} = a^{1-6} = \boxed{a^{-5}}$;

$P = \dfrac{b^5\times a^{-2}\times b}{a\times b^{-3}\times a^{-3}} = \dfrac{a^{-2}}{a\times a^{-3}}\times\dfrac{b^5\times b}{b^{-3}} = \dfrac{a^{-2}}{a^{1+(-3)}}\times\dfrac{b^{5+1}}{b^{-3}} = \dfrac{a^{-2}}{a^{-2}}\times\dfrac{b^6}{b^{-3}} = 1\times b^{6-(-3)} = b^{6+3} = \boxed{b^9}$;

$Q = 5^2\times25^3 = 5^2\times(5\times5)^3 = 5^2\times\left(5^2\right)^3 = 5^2\times5^{2\times3} = 5^{2+2\times3} = 5^{2+6} = \boxed{5^8}$

$R = 10^7\times10^{-6}\times10^2 = 10^{7+(-6)+2} = \boxed{10^3}$; $S = 3^{3^3} = 3^{3\times3\times3} = \boxed{3^{27}}$; $T = \left(3^3\right)^3 = 3^{3\times3} = \boxed{3^9}$;

$U = \dfrac{10^{-2}\times\left(10^{-17}\right)^0\times10}{10^6\times10^{-4}} = \dfrac{10^{-2}\times10^{-17\times0}\times10^1}{10^{6+(-4)}} = \dfrac{10^{-2+0+1}}{10^2} = \dfrac{10^{-1}}{10^2} = 10^{-1-2} = \boxed{10^{-3}}$;

$V = \dfrac{10^3\times0{,}01\times100^2}{10000\times0{,}1^{-2}} = \dfrac{10^3\times10^{-2}\times\left(10^2\right)^2}{10^4\times\left(10^{-1}\right)^{-2}} = \dfrac{10^{3+(-2)+2\times2}}{10^{4+(-1)\times(-2)}} = \dfrac{10^{1+4}}{10^{4+2}} = \dfrac{10^5}{10^6} = 10^{5-6} = \boxed{10^{-1}}$

Exercice 3

Compléter : $10^3\times10^{\boxed{5}} = 10^8$; $\dfrac{10^6}{10^{\boxed{2}}} = 10^4$; $\dfrac{10^{\boxed{4}}}{10^{-3}} = 10^7$; $3^{\boxed{5}}\times27 = 3^8$; $\dfrac{10^{-4}}{0{,}01^{\boxed{-3}}} = 10^{-10}$

Exercice 4

$W = 564851 = \boxed{5{,}64851\times10^5}$; $X = 0{,}0202 = \boxed{2{,}202\times10^{-2}}$; $Y = 0{,}00045\times10^8 = \boxed{4{,}5\times10^4}$;

$Z = 2{,}1\times10^3\times6\times10^{-4} = \boxed{1{,}26\times10^0 = 1{,}26}$

Exercice 5

1. Encadrer les nombres suivants entre deux puissances de 10 consécutives :

$a = 5125000 = 5{,}125\times10^6$ donc : $\boxed{10^6 < a < 10^7}$; $b = 0{,}000056 = 5{,}6\times10^{-5}$ donc : $\boxed{10^{-5} < b < 10^{-4}}$

$c = 256{,}14\times10^5 = 2{,}5614\times10^2$ donc : $\boxed{10^2 < c < 10^3}$; $d = 50\times10^{-5}\times4\times10^{-3} = 2\times10^{-6}$ donc : $\boxed{10^{-6} < d < 10^{-5}}$

2. Donner l'écriture scientifique et l'écriture décimale des nombres suivants :

$e = \dfrac{5\times10^{-3}\times12\times10^4}{3\times10^5} = \dfrac{5\times12}{3}\times10^{-3+4-5} = 20\times10^{-4}$ donc : $\boxed{e = 2\times10^{-3}}$ et $\boxed{e = 0{,}002}$

$f = 9{,}2\times10^3\times5\times10^{-7} = 9{,}2\times5\times10^{3+(-7)} = 46\times10^{-4}$ donc : $\boxed{f = 4{,}6\times10^{-3}}$ et $\boxed{f = 0{,}0046}$

3. $\boxed{a \approx 5\times10^6}$; $\boxed{b \approx 6\times10^{-5}}$; $\boxed{c \approx 3\times10^2}$; $\boxed{d = 2\times10^{-6}}$; $\boxed{e = 2\times10^{-3}}$; $\boxed{f \approx 5\times10^{-3}}$

Exercice 6

1 dm = $\boxed{10^2}$ mm ; 100 km = $\boxed{10^7}$ cm ; 10 mm = $\boxed{10^{-4}}$ hm ; 10 dag = $\boxed{10^3}$ cg

100 m = $\boxed{10^8}$ µm ; 1 kg = $\boxed{10^6}$ mg ; 0,01 GHz = $\boxed{10^1}$ MHz ; 1 m = $\boxed{10^9}$ nm

Exercice 7

Considérons qu'une année contient 365 jours, qu'un jour équivaut à 24 heures, qu'une heure revient à 60 minutes et qu'une minute contient 60 secondes.
On a alors : une année $365 \times 24 \times 60 \times 60 = 31536000$ secondes. A la vitesse de 300000 km/s, la lumière parcourt donc en un an une distance de : $31536000 \times 300000 = 9,4608 \times 10^{12}$ km.

Conclusion : $\boxed{1 \text{ année lumière} = 9,4608 \times 10^{12} \text{ km}}$.

Remarque : on pourrait d'être plus précis, en prenant pour une année 365 jours auxquels on ajoute 0,25 jour à cause de l'année bissextile, ce qui donnerait le calcul suivant : $365,25 \times 24 \times 60 \times 60 = 31557600$ secondes.
(Une année est en fait plus proche réellement de 365,242… jours, soit environ 31556900 secondes !)

Exercice 8

1. Après 1 pliage, la hauteur est de : $0,1 \times 2 = \boxed{0,2 \text{ mm}}$.

   Après 2 pliages, la hauteur est de : $0,1 \times 2 \times 2 = \boxed{0,4 \text{ mm}}$.

   Après 3 pliages, la hauteur est de : $0,1 \times 2 \times 2 \times 2 = \boxed{0,8 \text{ mm}}$.

2. On remarque que les 0,1 mm sont multipliés par 2 autant de fois que le nombre de pliages, donc pour 10 pliages, la hauteur est de : $0,1 \times 2^{10} = \boxed{102,4 \text{ mm}}$.

3. Au bout de 22 pliages, la hauteur est de : $0,1 \times 2^{22} = \boxed{419430,48 \text{ mm}}$.
   En convertissant, cette hauteur est environ 420 m.
   Or on a : $\dfrac{420}{300} = 1,4$.
   On remarque alors que cette hauteur serait $\boxed{\text{1,4 fois plus grande que la Tour Eiffel}}$!!